

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАЕКТОРИИ ЗАМЕРА УЧАСТКОВ ПОВЕРХНОСТИ ПОЧВЫ КРУГОВЫМ СКАНИРОВАНИЕМ ЛАЗЕРНЫМ ПРОФИЛОГРАФОМ¹

Аннотация.

Актуальность и цели. Предлагается математическая модель траектории замера участков поверхности почвы, выполненной лазерным профилографом методом кругового сканирования. Среди известных контактных методов измерения неровностей поверхности наибольшее распространение получил пин-метод, или профилометрирование, в то время как среди бесконтактных пользуются популярностью наземное лазерное сканирование и цифровая фотограмметрия. Предметом исследования являются процессы замера различных участков поверхности почвы. Цель работы – установление математической модели траектории замера участков поверхности почвы.

Материалы и методы. Для измерения шероховатости профиля поверхности почвы предлагается использовать лазерный профилограф для кругового сканирования. Преимуществом профилографа является высокая точность замера ($\pm 0,1$ мм), которая обеспечивается лазерным датчиком. Также по сравнению с устройствами, производящими измерение в одной продольно-вертикальной плоскости, профилограф с круговым сканированием имеет габариты до 4–5 раз меньше при одной длине сканирования. При замере данных круговым сканированием в декартовой и полярной системе с началом системы в центре вращения датчика установлены системы уравнений.

Результаты. Для получения математической модели траектории замера профилографом, производящим сканирование по окружности постоянного радиуса, теоретически исследован контроль плоского горизонтального и наклонного участков поверхности. Графически зависимости представляют собой гармонические колебания, где значение амплитуды определяется величиной уклона поверхности. Расстояние по оси абсцисс между наибольшей и наименьшей точками ординаты постоянно и равно 180 град, причем по ним устанавливается направление склона с учетом начальной фазы колебаний, которая определяет значение полной фазы колебания в момент $\varphi = 0$.

Выводы. При круговом сканировании лазерным профилографом плоских горизонтальных и наклонных участков установлены круговые и эллипсоидные траектории замера соответственно. Приведено математическое и графическое описание данных в декартовой и полярной системах координат, позволяющее определить микрорельеф поверхности почвы, а также направление и уклон склона. В дальнейших исследованиях предлагается оценить траектории замера, получаемые при лазерном круговом сканировании выпуклых и вогнутых участков поверхности.

Ключевые слова: математическая модель, траектория замера, поверхность почвы, лазерный профилограф, круговое сканирование.

¹ Научные исследования выполнены в рамках гранта № МД-1198.2020.8.

© Федорова А. А., Васильев М. А., Васильев С. А., 2020. Данная статья доступна по условиям всемирной лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), которая дает разрешение на неограниченное использование, копирование на любые носители при условии указания авторства, источника и ссылки на лицензию Creative Commons, а также изменений, если таковые имеют место.

MATHEMATICAL MODEL OF THE MEASURING TRAJECTORY OF THE SOIL SURFACE AREAS BY CIRCULAR SCANNING WITH A LASER PROFILOGRAPH

Abstract.

Background. The scientific article offers a mathematical model of the measuring trajectory of the soil surface areas, performed by a laser Profiler using the circular scanning method. Among the known contact methods for measuring surface irregularities, the pin method or profilometry is the most common, while ground-based laser scanning and digital photogrammetry are popular among non-contact methods. The subject of the study is the process of measuring different areas of the soil surface. The purpose of this work is to establish a mathematical model of the trajectory of measuring areas of the soil surface.

Materials and methods. To measure the roughness of the soil surface profile, it is proposed to use a laser Profiler for circular scanning. The advantage of the Profiler is the high accuracy of measurement (± 0.1 mm), which is provided by the laser sensor. Also, compared to devices that measure in a single longitudinal-vertical plane, the circular scan Profiler has dimensions up to 4–5 times smaller for a single scan length. Considering the process of measuring data during circular scanning in a Cartesian and polar system with the beginning of the system in the center of rotation of the sensor, systems of equations are established.

Results. To obtain a mathematical model of the trajectory of measurement by a Profiler that scans along a circle of constant radius, the control of flat horizontal and inclined sections of the surface is theoretically studied. Graphically, the dependencies represent harmonic oscillations, where the value of the amplitude is determined by the value of the slope of the surface. The distance along the abscissa axis between the largest and smallest points of the ordinate is constant and equal to 180 degrees, and the slope direction is set based on them, taking into account the initial phase of the oscillation, which determines the value of the full phase of the oscillation at the moment $\varphi = 0$.

Conclusions. For a circular scan with a laser profilograph flat horizontal and inclined sections set of circular and ellipsoidal trajectories of the measurement, respectively. Mathematical and graphical descriptions of data in Cartesian and polar coordinate systems are given, which allow determining the micro-relief of the soil surface, as well as the direction and slope of the slope. In further studies, it is proposed to evaluate the measurement trajectories obtained by laser circular scanning of convex and concave surface areas.

Keywords: mathematical model, measuring trajectory, soil surface, laser profiler, circular scan.

Введение

Для сохранения и восстановления плодородия земель сельскохозяйственного назначения и агроландшафтов ключевым моментом является изучение интенсивности эрозии почвы. Установлено, что микрорельеф почвы влияет на процессы водной эрозии, а также на распределение стока и его инфильтрацию [1, 2]. Тем не менее математическое описание микрорельефа остается плохо изученным [3].

Для количественной оценки шероховатости поверхности почв применяют различные способы и методы, позволяющие измерить микрорельеф

почвы и проанализировать экспериментальные данные. Эти методы можно разделить на две группы: контактные и бесконтактные.

Среди контактных методов измерения наибольшее распространение получил пин-метод, или профилометрирование, в то время как среди бесконтактных пользуются популярностью наземное лазерное сканирование и цифровая фотограмметрия.

Пин-метры и игольчатые профилометры [4–6] по-прежнему популярны при измерении шероховатости поверхности почвы, их преимуществом является простота измерения. Недостатками данных устройств являются громоздкость, измерение профиля поверхности почвы только в одной продольно-вертикальной плоскости, а также разрушающее воздействие уголок (пинов) на почву.

Метод цифровой фотограмметрии дает возможность произвести замер большой площади поверхности как стационарно, так и с использованием беспилотных летательных аппаратов [7, 8]. Недостатком метода цифровой фотограмметрии является чувствительность к солнечному свету, что требует проведение испытаний в определенных метеорологических условиях, а также данные методы трудоемки в калибровке и обработке данных.

Среди лазерных устройств можно выделить трехмерные лазерные сканеры [9, 10] и лазерные профилографы [11–13]. Недостатком метода трехмерного лазерного сканирования, как и цифровой фотограмметрии, является чувствительность к солнечному свету. Лазерные профилографы позволяют получить высокую точность измерения, но недостатком устройств [11–13] является измерение профиля поверхности почвы только в одной продольно-вертикальной плоскости.

Подводя краткий итог, следует отметить, что существует необходимость в малогабаритном, портативном, высокоточном средстве измерения с математическим описанием полученных результатов.

Материалы и методы

При измерении шероховатости профиля поверхности почвы предлагается использовать лазерный профилограф для кругового сканирования [14]. Устройство состоит из массивного основания 1 со стержнями для фиксации на поверхности почвы, на которое с помощью подшипника устанавливается ось 2, в нижней части которой крепится угловой датчик 3, а в верхней перпендикулярно закреплено подвижное плечо 4 с противовесом 5 с одной стороны и лазерным датчиком 6 с другой, установленного с помощью подвижного стержня 7, что позволяет изменять начальное положение лазерного датчика 6 (рис. 1). На плече 4 установлен уровень 8.

Лазерный датчик 3 устанавливается на определенной высоте H_0 и измеряет расстояние до поверхности почвы H_i по окружности радиусом замера R и мгновенные значения угла поворота датчика φ_i . Значения двух параметров: расстояния H_i и угла φ_i после обработки в электронном блоке сигналов 9 передаются на ноутбук 10.

Преимуществом лазерного профилографа с круговым сканированием является высокая точность замера ($\pm 0,1$ мм), которая обеспечивается лазерным датчиком РФ605-105/500 [15]. Также по сравнению с устройствами,

производящими измерение в одной продольно-вертикальной плоскости, профилограф с круговым сканированием имеет габариты до 4–5 раз меньше при одной длине сканирования.

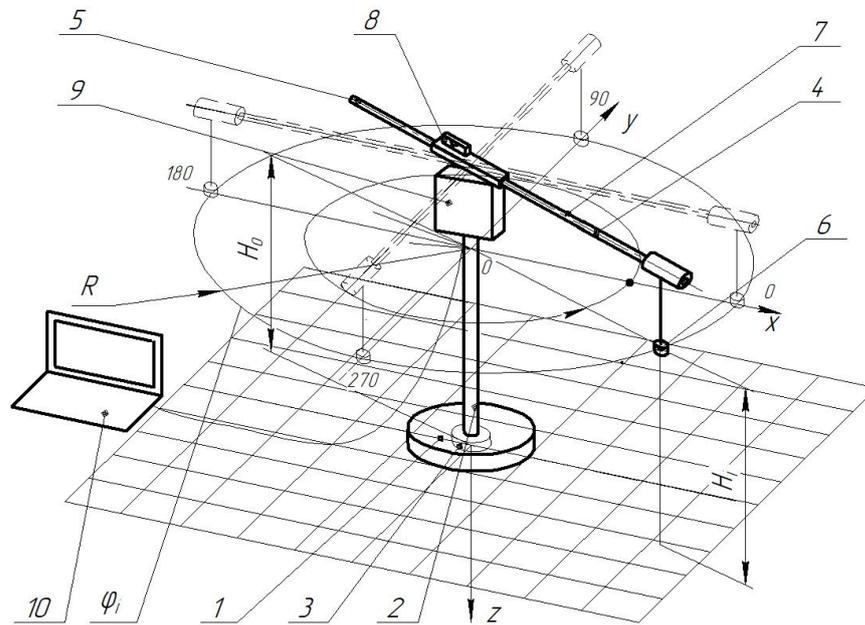


Рис. 1. Модель профилографа

Для оценки данных при круговом сканировании в декартовой и полярной системе за начало системы принят центр вращения датчика 6. Направление осей декартовой системы координат принято в зависимости от угла поворота лазерного датчика φ_i согласно рис. 1.

Траектория движения датчика расположена в горизонтальной плоскости и представляет собой окружность радиусом замера R , которая задается в декартовой системе координат уравнением

$$\begin{cases} R^2 = x_i^2 + y_i^2, \\ z_i = H_i = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где R – радиус перемещения датчика, м; x_i , y_i , z_i – значения абсциссы, ординаты и аппликаты точки датчика в i -м положении, м; H_i – значение расстояния до поверхности почвы, м.

В полярных координатах уравнение окружности примет вид

$$\begin{cases} \rho = R, \\ 0 < \varphi_i < 360^\circ, \\ z_i = H_i = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где ρ – радиус перемещения датчика в i -м положении, м; φ_i – угол поворота датчика в i -м положении, град.

Координаты x_i , y_i связаны с углом φ_i в полярных координатах формулами:

$$\begin{cases} x_i = R \cos \varphi_i, \\ y_i = R \sin \varphi_i. \end{cases} \quad (3)$$

Результаты и обсуждение

В зависимости от формы рельефа измеряемых участков образуются различные траектории, получаемые пересечением цилиндрической поверхности радиусом замера R , образуемого полным оборотом датчика в текущем положении, и поверхностью измеряемого участка (далее – траектории замера).

Для получения математической модели траектории замера профилографом, производящим сканирование по окружности радиусом R , рассмотрим контроль плоского горизонтального и наклонного участков поверхности.

Представим траекторию замера на плоском горизонтальном участке (рис. 2), геометрически представляющем собой горизонтальную плоскость, смещенную относительно плоскости вращения датчика Z на расстояние H_0 по вертикали.

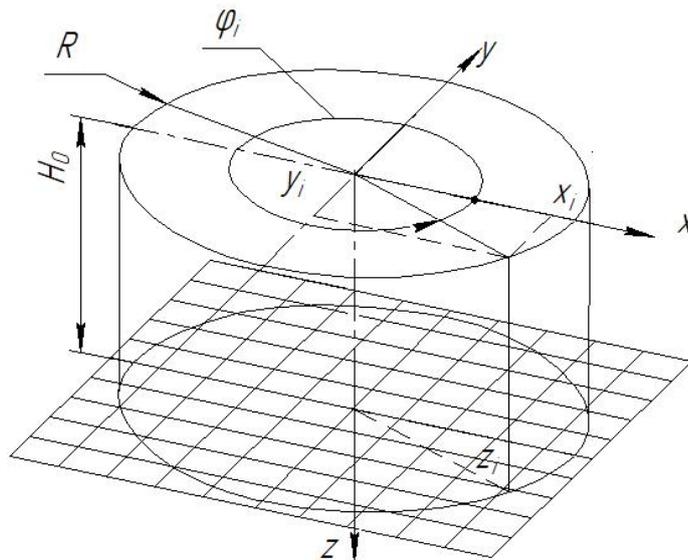


Рис. 2. Траектория замера плоского горизонтального участка

Траектория замера, образуемая пересечением цилиндрической поверхности радиусом замера R с горизонтальной плоскостью, будет представлять собой окружность, которая в декартовой системе координат задается уравнениями:

$$\begin{cases} R^2 = x_i^2 + y_i^2, \\ z_i = H_i = H_0. \end{cases} \quad (4)$$

В полярных координатах уравнение окружности имеет вид

$$\begin{cases} \rho = R, \\ 0 < \varphi_i < 360^\circ, \\ z_i = H_i = H_0. \end{cases} \quad (5)$$

При рассмотрении на плоском наклонном участке траектория замера будет следующей (рис. 3).

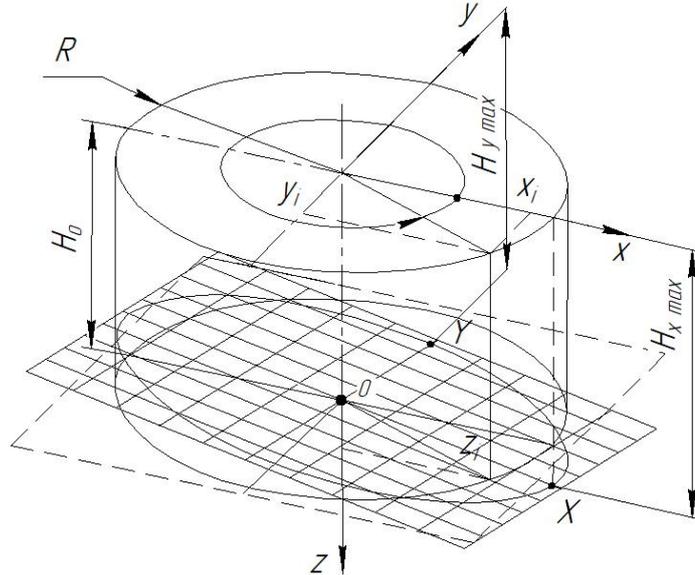


Рис. 3. Траектория замера на плоском склоне

Плоский склон представляет собой плоскую наклонную поверхность, размещенную под некоторым углом к горизонтальной плоскости, уравнение которой имеет вид

$$ax + by + cz + d = 0, \quad (6)$$

где a, b, c, d – постоянные коэффициенты.

Коэффициенты a, b, c, d наклонной плоскости определены через три точки плоскости: $O(0; 0; H_0)$, $X(R; 0; H_{x \max} - H_0)$ и $Y(0; R; H_{y \max} - H_0)$, где $H_{x \max}$ – максимальное расстояние от лазерного датчика до поверхности почвы по оси x , м; $H_{y \max}$ – максимальное расстояние от лазерного датчика до поверхности почвы по оси y , м; H_0 – высота установки лазерного датчика от поверхности почвы, м.

Тогда система уравнений для поверхности может быть задана следующим образом:

$$\begin{cases} d = -H_0c, \\ Ra + (H_{x \max} - H_0)c + d = 0, \\ Rb + (H_{y \max} - H_0)c + d = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Коэффициенты a , b и d выражены через c из системы уравнений (7):

$$\begin{cases} d = -H_0c, \\ a = -\frac{(H_{x\max} - H_0)c}{R}, \\ b = -\frac{(H_{y\max} - H_0)c}{R}. \end{cases} \quad (8)$$

Подставив значения коэффициентов a , b и d из системы уравнений (8) в (4) и сократив коэффициент c , получим уравнение для нахождения координаты z :

$$z_i = \frac{(H_{x\max} - H_0)}{R}x_i + \frac{(H_{y\max} - H_0)}{R}y_i + H_0. \quad (9)$$

Тогда окончательно траекторию, образуемую пересечением наклонной плоскости с цилиндрической поверхностью радиусом замера R , можно описать следующими уравнениями:

$$\begin{cases} R^2 = x_i^2 + y_i^2, \\ z_i = H_i = \frac{(H_{x\max} - H_0)}{R}x_i + \frac{(H_{y\max} - H_0)}{R}y_i + H_0. \end{cases} \quad (10)$$

Коэффициенты перед координатами x_i и y_i представляют собой уклоны по осям x и y соответственно.

С учетом уравнения (3) в полярных координатах система уравнений (10) предстанет в виде

$$\begin{cases} \rho = R, \\ 0 < \varphi_i < 360^\circ, \\ z_i = H_i = (H_{x\max} - H_0)\cos \varphi_i + (H_{y\max} - H_0)\sin \varphi_i + H_0. \end{cases} \quad (11)$$

Для определения уклона плоского склона i необходимо определить наибольшее расстояние H_{\max} на радиусе замера R :

$$i = \frac{H_{\max} - H_0}{R}, \quad (12)$$

где i – уклон плоского склона; H_{\max} – максимальное расстояние от датчика до поверхности почвы, м.

Для определения типа линии, образуемой пересечением наклонной плоскости с цилиндрической поверхностью радиусом замера R , рассмотрен участок траектории замера в системе координат (x'_i, y'_i) на наклонной плоскости (рис. 4).

Из рис. 4 видно, что

$$\begin{cases} x_i = x'_i \cos \alpha_i, \\ y_i = y'_i \cos \beta_i, \end{cases} \quad (13)$$

где x'_i, y'_i – значения абсциссы и ординаты точки траектории в i -м положении, м.

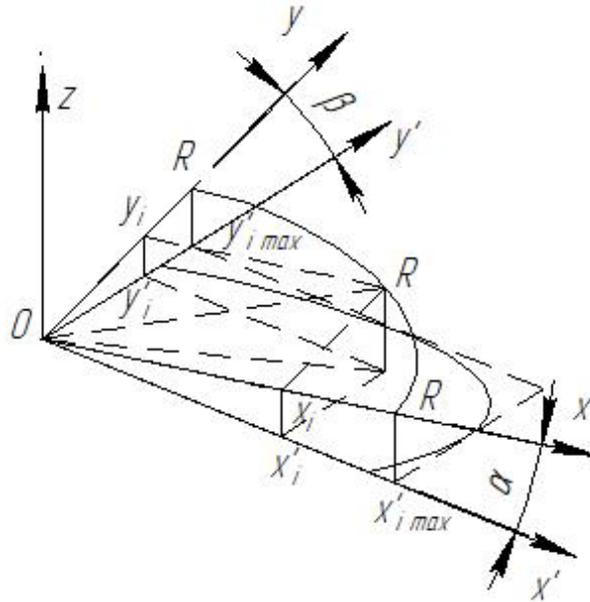


Рис. 4. Участок траектории замера на наклонной плоскости

Тогда первая часть системы уравнений (10) предстанет в виде

$$R^2 = (x'_i \cos \alpha)^2 + (y'_i \cos \beta)^2. \quad (14)$$

Поделив уравнение (13) на R^2 , получим выражение

$$1 = (x'_i \cos \alpha)^2 / R^2 + (y'_i \cos \beta)^2 / R^2. \quad (15)$$

По осям x' и y' радиус R можно представить как

$$\begin{cases} R = x'_{i \max} \cos \alpha, \\ R = y'_{i \max} \cos \beta, \end{cases} \quad (16)$$

где $x'_{i \max}, y'_{i \max}$ – максимальные значения абсциссы и ординаты точки траектории в i -м положении, м.

Подставив значения R из уравнений (16) в уравнение (15), получим уравнение траектории замера:

$$1 = \frac{(x'_i \cos \alpha)^2}{(x'_{i \max} \cos \alpha)^2} + \frac{(y'_i \cos \beta)^2}{(y'_{i \max} \cos \beta)^2} = x_i'^2 / x_{i \max}'^2 + y_i'^2 / y_{i \max}'^2. \quad (17)$$

Уравнение (17) показывает, что траектория замера, образуемая пересечением цилиндрической поверхности радиусом замера R с наклонной плоскостью, представляет собой эллипс.

На рис. 5 показаны графическое отображение уравнений зависимости расстояния H_i от координат x_i и y_i (10) и от угла φ_i (11) при различных значениях $H_{x\max}$ и $H_{y\max}$.

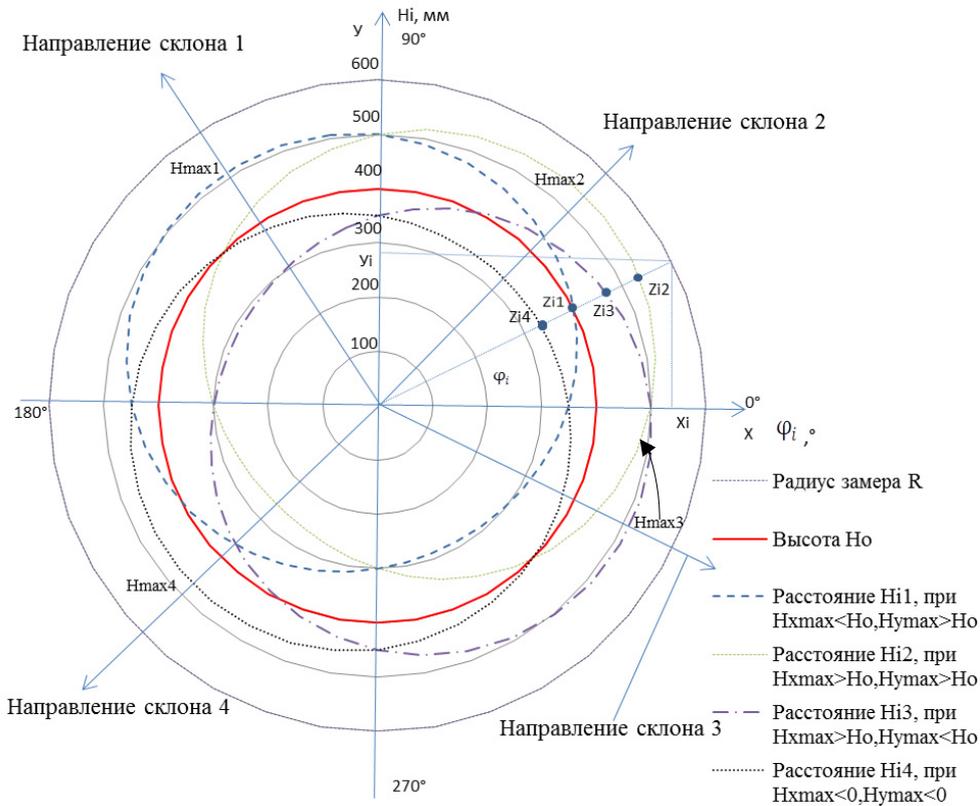


Рис. 5. Круговые диаграммы зависимости расстояния H_i от координат x_i и y_i и от угла φ_i

На круговых диаграммах (рис. 5) показано произвольное i -е положение датчика с углом поворота φ_i и соответствующими координатами x_i и y_i радиусом R . Координаты z_i (расстояния H_i определяются пересечением линий под углом φ_i с соответствующей траекторией. По максимальным расстояниям от лазерного датчика до поверхности почвы H_{\max} траекторий определены направления плоских склонов.

На рис. 6 показаны развернутые графики зависимости расстояния H_i от угла φ_i при различных значениях $H_{x\max}$ и $H_{y\max}$.

При рассмотрении графиков зависимости расстояния H_i от угла φ_i по рис. 6 можно отметить, что графически зависимости представляют собой гармонические колебания, где значение амплитуды определяется величиной уклона поверхности. Расстояние по оси абсцисс между наибольшей и

наименьшей точками ординаты постоянно и равно 180 град, причем по ним устанавливается направление склона с учетом начальной фазы колебаний, которая определяет значение полной фазы колебания (и самой величины H) в момент $\varphi = 0$.

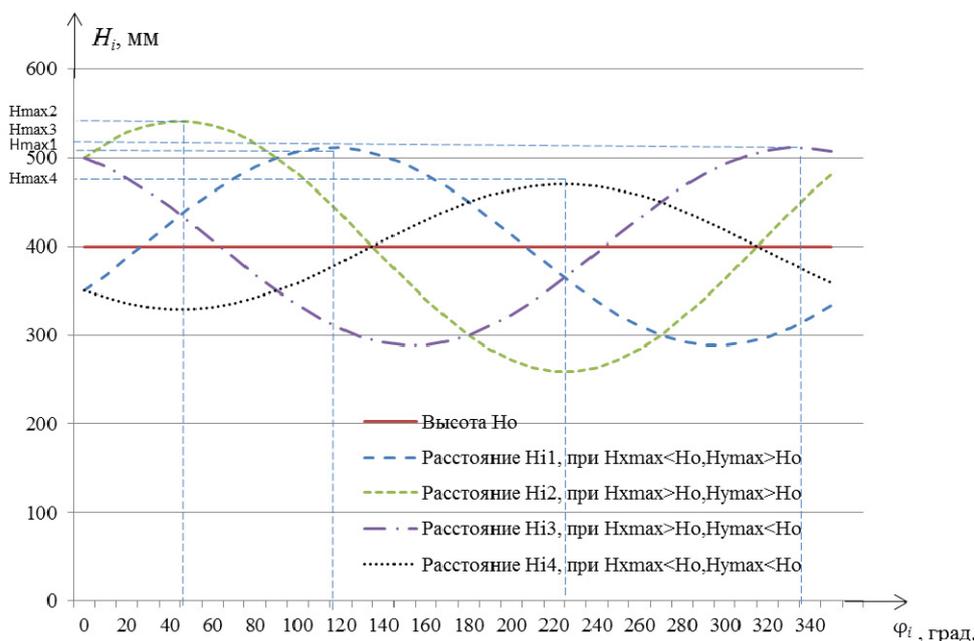


Рис. 6. Графики зависимости расстояния H_i от угла φ_i

Заключение

При круговом сканировании лазерным профилографом плоских горизонтальных и наклонных участков получены круговые и эллипсоидные траектории замера соответственно. Приведено математическое и графическое описание данных в декартовой и полярной системах координат, позволяющее определить микрорельеф поверхности почвы, а также направление и уклон склона. В дальнейших исследованиях предлагается оценить траектории замера, получаемые при лазерном круговом сканировании выпуклых и вогнутых участков поверхности.

Библиографический список

1. **Калужский, В. А.** Комплекс агролесомелиоративных мероприятий и его воздействие на сток и водную эрозию почв на Приволжской возвышенности : автореф. дис. ... канд. с-х. наук / Калужский В. А. – Саратов, 1970. – 21 с.
2. **Нестеренко, Ю. М.** Влияние рельефа на режим влаги почв сельскохозяйственных угодий Южного Урала / Ю. М. Нестеренко // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. – 2019. – № 4 (78). – С. 15–18.
3. **Захарченко, А. В.** Экологические проблемы формализации топологоморфологических поверхностей трехмерной почв / А. В. Захарченко // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2005. – № 7. – С. 109–115.

4. Аннотированный сборник средств измерения и испытательного оборудования. – Новокубанск : ФГНУ «РосНИИТиМ», 2012. – 51 с.
5. Performance of two measurement methods of pin meter and laser disto meter in the measurement of microtopography / S. Afrasyabi, M. Tazeh, R. T. Mehrjardi, M. J. Ghaneibafghi, S. Kalantari // Desert Ecosystem Engineering Journal. – 2019. – Vol. 8 (22). – P. 1–14.
6. **Mariana, C.** Methodology evaluation of pin microrelief meter / C. Mariana, F. Melo Laene, F. Tavares Thaísa, R. Oliveira Rodrigo // Eng. Agríc. – 2017. – Vol. 37 (5). – P. 1056–1061.
7. **Bemis, S. P.** Ground-based and UAV-based photogrammetry: A multi-scale, high-resolution mapping tool for structural geology and palaeoseismology / S. P. Bemis, S. Micklethwaite, D. Turner // Journal of Structural Geology. – 2014. – Vol. 69. – P. 163–178.
8. **Marx, L. N.** Use of Air-Based Photogrammetry for Soil Erosion Assessment / L. N. Marx, B. M. Silva, J. N. Cândido, R. J. Michael // Conference: TERRAenVISION, 2019. – DOI 10.3390/proceedings2019030005.
9. **Hu, Y.** Assessment of crusting effects on interrill erosion by laser scanning / Y. Hu, W. Fister, Y. He, N. J. Kuhn // PeerJ. – 2020. – Vol. 8. – P. e8487. – URL: <https://doi.org/10.7717/peerj.8487>
10. **Huff, T. P.** Understanding Lateral Marsh Edge Erosion with Terrestrial Laser Scanning (TLS) / T. P. Huff, R. A. Feagin, A. Delgado // Remote Sens. – 2019. – Vol. 11 (19). – P. 2208. – URL: <https://doi.org/10.3390/rs11192208>.
11. **Polyakov, V. M.** Simple Automated Laser Profile Meter / V. M. Polyakov, A. Nearing // Soil Science Society of America journal. – 2019. – Vol. 83, iss. 2. – P. 327–331.
12. **Киреев, И. М.** Измерение микрорельефа почвы бесконтактным методом / И. М. Киреев // Техника и оборудование для села. – 2017. – № 2. – С. 18–21.
13. **Bertuzzi, P.** Measuring In-Situ Soil Surface Roughness Using a Laser Profilometer / P. Bertuzzi & J. M. Caussignac // Spectral Signatures of Objects in Remote Sensing, European Space Agency. – 1988. – P. 19.
14. **Васильев, С. А.** Разработка метода и профилографа для оценки мелиоративных технологий на склоновых агроландшафтах / С. А. Васильев // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: наука и высшее профессиональное образование. – 2016. – № 3 (43). – С. 220–226.
15. **Васильев, С. А.** Разработка методов и технических средств контроля противозрозионных технологий на склоновых агроландшафтах : дис. ... д-ра техн. наук / Васильев С. А. – Москва, 2017. – 345 с.

References

1. Kaluzhskij V. A. *Kompleks agrolesomeliativnyh meroprijatija i ego vozdejstvie na stok i vodnuju jeroziju pochv na Privolzhskoj vozvyshehnosti: avtoref. dis. kand. s-h. nauk* [A complex of agroforestry and its impact on runoff and water erosion of soils in the Volga Upland: author's abstract of dissertation to apply for the degree of the candidate of agricultural sciences]. Saratov, 1970, 21 p. [In Russian]
2. Nesterenko Yu. M. *Izvestiya Orenburgskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta* [Proceedings of Orenburg State Agrarian University]. 2019, no. 4 (78), pp. 15–18. [In Russian]
3. Zakharchenko A. V. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta* [Bulletin of Tomsk State Pedagogical University]. 2005, no. 7, pp. 109–115. [In Russian]
4. *Annotirovannyi sbornik sredstv izmereniya i ispytatel'nogo oborudovaniya* [Annotated collection of measuring instruments and test equipment]. Novokubansk: FGNU «RosNIITiM», 2012, 51 p. [In Russian]

5. Afrasyabi S., Tazeh M., Mehrjardi R. T., Ghaneibafghi M. J., Kalantari S. *Desert Eco-system Engineering Journal*. 2019, vol. 8 (22), pp. 1–14.
6. Mariana C., Melo Laene F., Tavares Thaísa F., Oliveira Rodrigo R. *Eng. Agríc.* 2017, vol. 37 (5), pp. 1056–1061.
7. Bemis S. P., Micklethwaite S., Turner D. *Journal of Structural Geology*. 2014, vol. 69, pp. 163–178.
8. Marx L. N., Silva B. M., Cândido J. N., Michael R. J. *Conference: TERRAenVISION, 2019*. DOI 10.3390/proceedings2019030005.
9. Hu Y., Fister W., He Y., Kuhn N. J. *PeerJ*. 2020, vol. 8, R. e8487. Available at: <https://doi.org/10.7717/peerj.8487>
10. Huff T. P., Feagin R. A., Delgado A. *Remote Sens*. 2019, vol. 11 (19), p. 2208. Available at: <https://doi.org/10.3390/rs11192208>.
11. Polyakov V. M., Nearing A. *Soil Science Society of America journal*. 2019, vol. 83, iss. 2, pp. 327–331.
12. Kireev I. M. *Tekhnika i oborudovanie dlya sela* [Machinery and equipment for village]. 2017, no. 2, pp. 18–21. [In Russian]
13. Bertuzzi P., Caussignac J. M. *Spectral Signatures of Objects in Remote Sensing, European Space Agency*. 1988, p. 19.
14. Vasil'ev S. A. *Izvestiya Nizhnevolzhskogo agrouniversitetskogo kompleksa: nauka i vysshee professional'noe obrazovanie* [Proceedings of Nizhnevolzhsky agro-university complex: science and higher professional education]. 2016, no. 3 (43), pp. 220–226. [In Russian]
15. Vasil'ev S. A. *Razrabotka metodov i tekhnicheskikh sredstv kontrolya protivoerozionnykh tekhnologiy na sklonovykh agrolandshaftakh: dis. d-ra tekhn. nauk* [Development of methods and technical means of control of anti-erosion technologies on slope agricultural landscapes: dissertation to apply for the degree of the doctor engineering of medical sciences]. Moscow, 2017, 345 p. [In Russian]

Федорова Алена Анатольевна

соискатель, кафедра прикладной механики и графики, Чувашский государственный университет имени И. Н. Ульянова (Россия, г. Чебоксары, Московский проспект, 15)

E-mail: e_a_a@mail.ru

Fedorova Alena Anatol'evna

Applicant, sub-department of applied mechanics and graphics, Chuvash State University named after I. N. Ulyanova (15 Moskovsky avenue, Cheboksary, Russia)

Васильев Михаил Андрьянович

соискатель, кафедра прикладной механики и графики, Чувашский государственный университет имени И. Н. Ульянова (Россия, г. Чебоксары, Московский проспект, 15)

E-mail: mishawasilev@mail.ru

Vasil'ev Mikhail Andriyanovich

Applicant, sub-department of applied mechanics and graphics, Chuvash State University named after I. N. Ulyanova (15 Moskovsky avenue, Cheboksary, Russia)

Васильев Сергей Анатольевич

доктор технических наук, профессор, кафедра прикладной механики и графики, Чувашский государственный университет имени И. Н. Ульянова (Россия, г. Чебоксары, Московский проспект, 15)

E-mail: Vsa_21@mail.ru

Vasil'ev Sergey Anatol'evich

Doctor of engineering sciences, professor, sub-department of applied mechanics and graphics, Chuvash State University named after I. N. Ulyanova (15 Moskovsky avenue, Cheboksary, Russia)

Образец цитирования:

Федорова, А. А. Математическая модель траектории замера участков поверхности почвы круговым сканированием лазерным профилографом / А. А. Федорова, М. А. Васильев, С. А. Васильев // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2020. – № 2 (54). – С. 65–77. – DOI 10.21685/2072-3059-2020-2-7.